

Spis treści

Przedmowa	13
Przedmowa do wydania trzeciego	17
0. Wiadomości wstępne	19
0.1. Reprezentacje figur geometrycznych	19
0.2. Reprezentacje krzywych i powierzchni parametrycznych	20
0.3. Zadanie interpolacyjne Lagrange’a	24
0.3.1. Algorytm Aitkena	24
0.3.2. Własności wielomianowych krzywych interpolacyjnych	26
0.4. Obcinanie narożników	27
1. Krzywe Béziera	29
1.1. Algorytm de Casteljau	29
1.2. Wielomiany Bernsteina	30
1.3. Własności wielomianów Bernsteina	32
1.4. Podwyższenie stopnia	36
1.5. Blossoming	40
1.5.1. Formy biegunowe i diagonalne	40
1.5.2. Algorytm de Casteljau i podział krzywej	41
1.5.3. Formy biegunowe i podwyższenie stopnia	45
1.6. Pochodna krzywej Béziera	45
1.7. Pochodne wyższego rzędu	47
1.8. Łączenie krzywych Béziera	50
1.9. Uzupełnienia	51
1.9.1. Schemat Hornera w bazie wielomianów Bernsteina	51
1.9.2. Obniżenie stopnia krzywej	52
1.9.3. Formy biegunowe i pochodne	54
1.9.4. Krzywizna i skręcenie krzywej Béziera	57
1.9.5. Twierdzenie Menelaosa	60
1.9.6. Twierdzenie aproksymacyjne Weierstrassa	61

2. Wymierne krzywe Béziera	63
2.1. Krzywe jednorodne i wymierne	63
2.2. Jednorodne i wymierne krzywe Béziera	65
2.3. Kształtowanie wymiernych krzywych Béziera	68
2.4. Własności wymiernych krzywych Béziera	69
2.5. Podwyższenie i obniżenie stopnia	70
2.6. Reparametryzacja krzywej wymiernej	71
2.7. Pochodne krzywych wymiernych	72
2.8. Łączenie wymiernych krzywych Béziera	73
2.9. Uzupełnienia	74
2.9.1. Dwustosunek i zasadnicze twierdzenie geometrii rzutowej	74
2.9.2. Reprezentacja krzywej wymiernej przy użyciu punktów pomocniczych	75
2.9.3. Reprezentacja krzywych stożkowych	77
2.9.4. Obcinanie krzywych	79
2.9.5. Rzutowanie krzywych	82
2.9.6. Procedura rysowania krzywych	83
2.9.7. Formy biegunowe krzywych wymiernych	88
2.9.8. Krzywizna i skręcenie wymiernej krzywej Béziera	92
3. Trójkątne płaty Béziera	95
3.1. Określenie płata trójkątnego	95
3.2. Algorytm de Casteljau dla płatów trójkątnych	96
3.3. Podział płata trójkątnego i blossoming	98
3.4. Podwyższenie stopnia płata	100
3.5. Pochodne płatów trójkątnych	101
3.6. Łączenie płatów trójkątnych	104
3.7. Wymierne trójkątne płaty Béziera	105
3.8. Uzupełnienia	107
3.8.1. Szybkie obliczanie punktów płata trójkątnego	107
3.8.2. Formy biegunowe i krzywizny płata	108
3.8.3. Reparametryzacja płata wymiernego	111
3.8.4. Trójkąty na sferze	111
4. Tensorowe płaty Béziera	115
4.1. Określenie płata	115
4.2. Własności płatów wynikające z określenia tensorowego	116
4.2.1. Wyznaczanie punktów płata	117
4.2.2. Podwyższenie stopnia płata	119
4.2.3. Pochodne cząstkowe płatów Béziera	120
4.2.4. Podział płata Béziera	121
4.2.5. Zasady łączenia płatów Béziera z ciągłością C^k	123
4.3. Płaszczyzna styczna do płatów zdegenerowanych	124
4.4. Wymierne prostokątne płaty Béziera	125
4.4.1. Podstawowe własności płatów wymiernych	126

4.4.2.	Obliczanie pochodnych płata wymiernego	127
4.4.3.	Płaszczyzna styczna do płata wymiernego	128
4.5.	Uzupełnienia	130
4.5.1.	Przetwarzanie tablic punktów kontrolnych	130
4.5.2.	Znajdowanie tensorowej reprezentacji płatów trójkątnych	133
4.5.3.	Swobodna deformacja	137
4.5.4.	Śledzenie promieni	141
4.5.5.	Wyznaczanie punktów przecięcia krzywych	147
4.5.6.	Rozwiązywanie układów równań algebraicznych	148
4.5.7.	Wyznaczanie przecięć powierzchni	159
5.	Krzywe B-sklejane	173
5.1.	Konstrukcja gładko połączonych krzywych Béziera	175
5.2.	Zastosowanie różnic dzielonych	178
5.2.1.	Funkcje sklejane i baza obciętych potęg	178
5.2.2.	Określenie funkcji B-sklejanych	181
5.2.3.	Wzór Mansfielda–de Boora–Coxa	185
5.2.4.	Algorytm de Boora	186
5.2.5.	Własności funkcji i krzywych B-sklejanych	188
5.2.6.	Pochodne krzywej B-sklejanej	191
5.3.	Wstawianie węzłów	195
5.3.1.	Procedura wstawiania węzła	195
5.3.2.	Związek wstawiania węzła z algorytmem de Boora	199
5.3.3.	Zmiana bazy po wstawieniu węzła	200
5.3.4.	Usuwanie węzła	204
5.3.5.	Zastosowania procedury wstawiania węzła	205
5.4.	Blossoming	208
5.4.1.	Formy biegunowe funkcji i krzywych sklejanych	208
5.4.2.	Ciągłość funkcji sklejanych w węzłach	211
5.4.3.	Formy biegunowe i wstawianie węzłów	217
5.4.4.	Algorytm Oslo	217
5.4.5.	Zbieżność procesu wstawiania węzłów	222
5.4.6.	Podwyższenie stopnia	227
5.5.	Funkcje B-sklejane i sympleksy	228
5.5.1.	Funkcje miary przekroju	228
5.5.2.	Sympleksy i wielomiany Bernsteina	229
5.5.3.	Wielościiany, wielomiany i funkcje sklejane	231
5.5.4.	Sympleksowa definicja funkcji B-sklejanych	232
5.5.5.	Związek sympleksów z różnicami dzielonymi	233
5.5.6.	Całkowanie funkcji B-sklejanych	239
5.5.7.	Ciągłość funkcji sklejanych w węzłach	239
5.5.8.	Rozkład jedynki	240
5.5.9.	Własność minimalnego nośnika	241
5.5.10.	Wstawianie węzła	242
5.5.11.	Podwyższenie stopnia	244

5.5.12.	Sympleksowy dowód wzoru Mansfielda–de Boora–Coxa	246
5.6.	Krzywe B-sklejane z węzłami równoodległymi	250
5.7.	Wymierne krzywe B-sklejane (krzywe NURBS)	255
5.8.	Uzupełnienia	260
5.8.1.	Krzywe zamknięte	260
5.8.2.	Interpolacyjne krzywe B-sklejane trzeciego stopnia	261
5.8.3.	Twierdzenie Schoenberga–Whitney	264
5.8.4.	Aproksymacyjne krzywe B-sklejane	266
5.8.5.	Obliczanie długości krzywych	268
6.	Powierzchnie B-sklejane	271
6.1.	Określenie płata B-sklejanego	271
6.2.	Podstawowe własności płatów B-sklejanych	272
6.3.	Wymierne powierzchnie B-sklejane (powierzchnie NURBS)	274
6.4.	Przykłady konstrukcji płatów B-sklejanych	275
6.4.1.	Powierzchnie rozpinane	275
6.4.2.	Powierzchnie zakreślane	281
6.4.3.	Produkt sferyczny i powierzchnie obrotowe	284
6.5.	Powierzchnie reprezentowane przez siatki	286
6.5.1.	Płaty tensorowe z węzłami równoodległymi	286
6.5.2.	Siatki nieregularne	288
6.5.3.	Zagęszczanie siatek	289
6.5.4.	Elementy szczególne w siatkach	291
6.5.5.	Powierzchnia graniczna	292
6.6.	Uzupełnienia	294
6.6.1.	Momenty i twierdzenia Guldina	294
6.6.2.	Powierzchnie prostokątne i rozwijalne	298
7.	Krzywe i powierzchnie w reprezentacji Hermite’a	301
7.1.	Lokalne bazy Hermite’a	301
7.2.	Interpolacyjne krzywe sklejane trzeciego stopnia	303
7.2.1.	Związek reprezentacji Hermite’a i Béziera krzywych trzeciego stopnia	303
7.2.2.	Równania ciągłości pochodnej drugiego rzędu	304
7.2.3.	Warunki brzegowe	305
7.2.4.	Dobór węzłów dla krzywych interpolacyjnych	309
7.2.5.	Własność minimalnej energii	310
7.2.6.	Błąd aproksymacji dla interpolacyjnych funkcji sklejanych	312
7.3.	Płaty określone przez warunki interpolacyjne	317
7.3.1.	Płaty Coonsa	317
7.3.2.	Płaty bikubiczne w reprezentacji Hermite’a	322
7.3.3.	Konstrukcja powierzchni złożonych z płatów bikubicznych	324
7.3.4.	Płaty Gregory’ego	328
7.3.5.	Płaty Browna	331

8. Ciągłość geometryczna krzywych	333
8.1. Pojęcie ciągłości geometrycznej	333
8.1.1. Związek ciągłości parametryzacji z ciągłością geometryczną	334
8.1.2. Krzywe geometrycznie sklejące	335
8.2. Równania ciągłości geometrycznej krzywych	337
8.2.1. Wzór Fàa di Bruno	337
8.2.2. Łączenie zreparametryzowanych krzywych	338
8.3. Interpretacja ciągłości geometrycznej krzywych	342
8.4. Krzywe γ -sklejące	345
8.5. Krzywe β -sklejące	348
8.5.1. Definicja	349
8.5.2. Znajdowanie łuków wielomianowych krzywej β -sklejącej	350
8.5.3. Konstrukcja funkcji β -sklejących	352
8.5.4. Istnienie i jednoznaczność funkcji β -sklejących	358
8.5.5. Krzywe β -sklejące z globalnymi parametrami połączenia	360
8.5.6. Dalsze własności i przykłady	362
8.5.7. Wstawianie węzłów	365
8.6. Krzywe ν -sklejące	367
8.7. Tensorowe powierzchnie geometrycznie sklejące	369
9. Ciągłość geometryczna powierzchni	371
9.1. Równania ciągłości geometrycznej	371
9.1.1. Uogólniony wzór Fàa di Bruno	371
9.1.2. Równania ciągłości geometrycznej połączenia pary płatów	372
9.2. Interpretacja ciągłości geometrycznej powierzchni	375
9.3. Równania ciągłości dla płatów wielomianowych	377
9.3.1. Podstawy algebraiczne	377
9.3.2. Rozwiązania równań ciągłości	380
9.4. Konstrukcja pary gładko połączonych płatów	385
9.4.1. Konstrukcja pary płatów wielomianowych połączonych z ciągłością G^1	387
9.4.2. Konstrukcja pary płatów wielomianowych połączonych z ciągłością G^2	390
9.4.3. Konstrukcja pary gładko połączonych płatów wymiernych	391
9.5. Geometrycznie ciągłe powierzchnie wypełniające	394
9.5.1. Wypełnianie przerwy między płatami B-sklejanymi	394
9.5.2. Powierzchnie wypełniające dla płatów obciętych	399
9.6. Ciągłość geometryczna powierzchni granicznych	407
9.7. Warunki zgodności G^1 we wspólnym narożniku	411
9.7.1. Lokalne warunki zgodności G^1	412
9.7.2. Globalne warunki zgodności G^1	414
9.8. Warunki zgodności drugiego i wyższych rzędów	419
9.8.1. Lokalne warunki zgodności G^2	419
9.8.2. Funkcje sklejące dwóch zmiennych	422
9.8.3. Trygonometryczne funkcje sklejące	430

9.8.4.	Trygonometryczne funkcje sklepane i warunki zgodności G^1	434
9.8.5.	Trygonometryczne funkcje sklepane i warunki zgodności G^2	437
9.9.	Wypełnianie wielokątnych otworów	450
9.9.1.	Schemat Hahna	450
9.9.2.	Podstawy teoretyczne	452
9.9.3.	Konstrukcja przestrzeni klasy G^1 i G^2	456
9.9.4.	Minimalizacja form kwadratowych	473
9.9.5.	Optymalizacja kształtu	482
9.9.6.	Przykładowe wyniki	487
A.	Przegląd podstawowych pojęć algebry liniowej	491
A.1.	Przestrzenie liniowe	491
A.1.1.	Macierze	493
A.1.2.	Układy współrzędnych	494
A.1.3.	Przekształcenia liniowe	495
A.1.4.	Funkcjonały i przestrzeń sprzężona	496
A.1.5.	Normy	496
A.1.6.	Iloczyny skalarne	497
A.1.7.	Przekształcenia izometryczne	499
A.1.8.	Wyznaczniki	499
A.1.9.	Iloczyny wektorowe i zewnętrzne	501
A.1.10.	Interpretacja geometryczna funkcjonału	503
A.1.11.	Układy równań liniowych	504
A.1.12.	Algebraiczne zagadnienia własne	508
A.2.	Przestrzenie afiniczne	509
A.2.1.	Współrzędne kartezjańskie i jednorodne	511
A.2.2.	Współrzędne barycentryczne	512
A.2.3.	Przekształcenia afiniczne	515
A.2.4.	Przekształcenia afiniczne przestrzeni trójwymiarowej	517
A.2.5.	Mierzenie zbiorów	524
B.	Działania na wielomianach w bazach Bernsteina	529
B.1.	Działania na wielomianach	529
B.1.1.	Mnożenie i dzielenie	529
B.1.2.	Mnożenie wielomianów wielu zmiennych	532
B.1.3.	Dodawanie i odejmowanie	532
B.1.4.	Algorytm Euklidesa	533
B.1.5.	Obliczanie iloczynu skalarnego	534
B.2.	Działania na funkcjach wektorowych	535
B.2.1.	Mnożenie wielomianu i krzywej	535
B.2.2.	Wyznaczanie płatów Béziara opisujących wektory normalne	537
B.3.	Działania na funkcjach sklepanych	543
B.3.1.	Mnożenie funkcji sklepanych	543
B.3.2.	Obliczanie iloczynu skalarnego	544

C. Elementy geometrii różniczkowej	545
C.1. Krzywizny krzywych	545
C.1.1. Parametryzacja łukowa	545
C.1.2. Równania Freneta	546
C.1.3. Krzywizna krzywej płaskiej	548
C.1.4. Krzywizny krzywej przestrzennej	549
C.2. Krzywizny powierzchni	550
C.2.1. Różniczki płata	550
C.2.2. Pierwsza i druga forma podstawowa	552
C.2.3. Krzywizna normalna powierzchni	554
C.2.4. Krzywizny i kierunki główne powierzchni	556
C.2.5. Klasyfikacja punktów powierzchni	557
D. Różnice dzielone	559
D.1. Schemat Hornera i bazy Newtona	560
D.2. Określenie i własności różnic dzielonych	562
D.3. Algorytm różnic dzielonych	565
D.4. Reszta interpolacyjna	567
D.5. Wzór Leibniza	568
D.6. Różnice dzielone, sympleksy i funkcje B-sklejane	569
E. Metody numeryczne	571
E.1. Arytmetyka zmiennopozycyjna	571
E.1.1. Uwagi o błędach reprezentacji i zaokrąglenia	572
E.2. Rozwiązywanie równań liniowych	575
E.2.1. Układy z macierzą trójkątną	575
E.2.2. Eliminacja Gaussa	576
E.2.3. Inne metody	580
E.3. Rozwiązywanie liniowych zadań najmniejszych kwadratów	582
E.3.1. Zadania regularne	582
E.3.2. Zadania dualne	585
E.3.3. Zadania regularne z więzami	586
E.4. Rozwiązywanie równań nieliniowych	587
E.4.1. Metoda bisekcji	589
E.4.2. Metoda Newtona	591
E.4.3. Metoda Newtona dla układów równań	593
E.4.4. Metoda siecznych	596
E.4.5. Regula fałsi i algorytm Illinois	597
E.5. Algebraiczne zagadnienie własne	601
E.6. Optymalizacja	602
E.6.1. Minimalizacja funkcji jednej zmiennej	602
E.6.2. Minimalizacja gładkiej funkcji wielu zmiennych	603

F. Wizualizacja kształtu powierzchni	605
F.1. Funkcje kształtu i ich warstwie	606
F.1.1. Własności warstwic	606
F.1.2. Przekroje płaskie powierzchni	607
F.1.3. Lambertowskie odbicie światła i izofoty	608
F.1.4. Linie odbłasku	610
F.1.5. Krzywizny powierzchni	614
F.2. Krzywe charakterystyczne	615
F.2.1. Całkowanie krzywych charakterystycznych	615
F.2.2. Warstwie i linie najszybszego spadku funkcji kształtu	617
F.2.3. Linie krzywiznowe	619
Literatura	621
Skorowidz	637